Institut für Werkstofftechnik
und Kunststoffverarbeitung

Neue Beiträge zur Auslegung von Kunststoffbauteilen

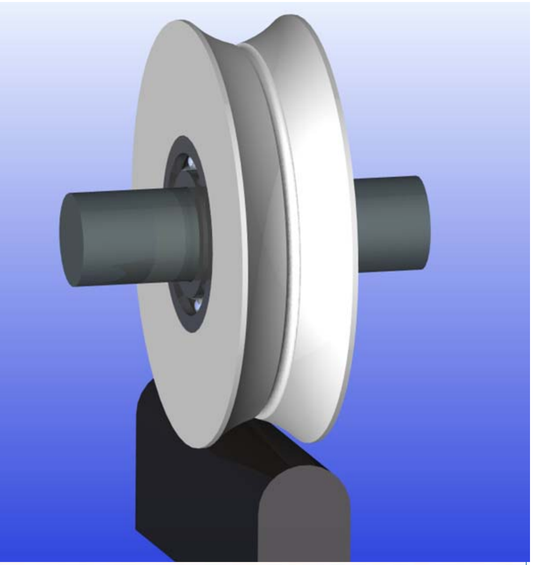
Werkstoffmechanik, Rollen, Schnappverbindungen

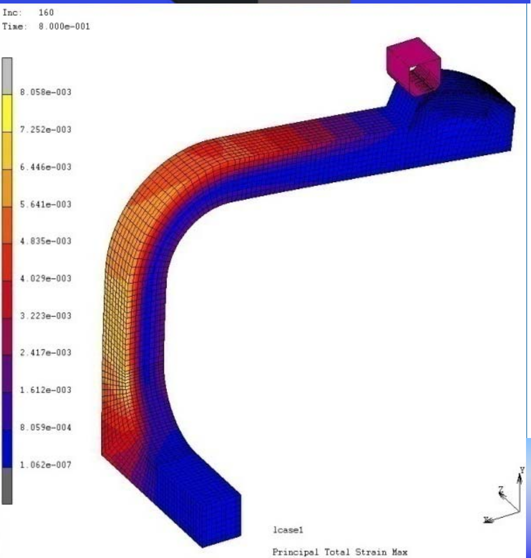
4. Rapperswiler Kunststoff-Forum, 3. September 2009

Prof. Dipl.-Ing. Johannes Kunz, Institutspartner

EIN INSTITUT DER
HSR
HOCHSCHULE FÜR TECHNIK
RAPPERSWIL

Institut für Werkstofftechnik
und Kunststoffverarbeitung

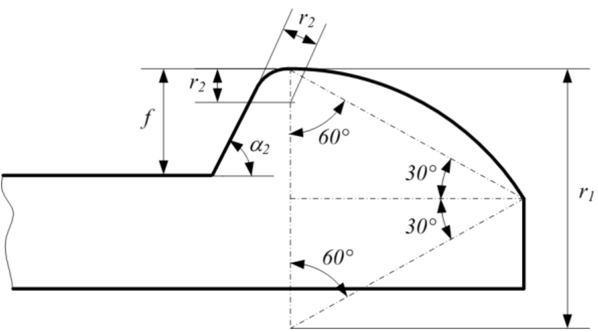


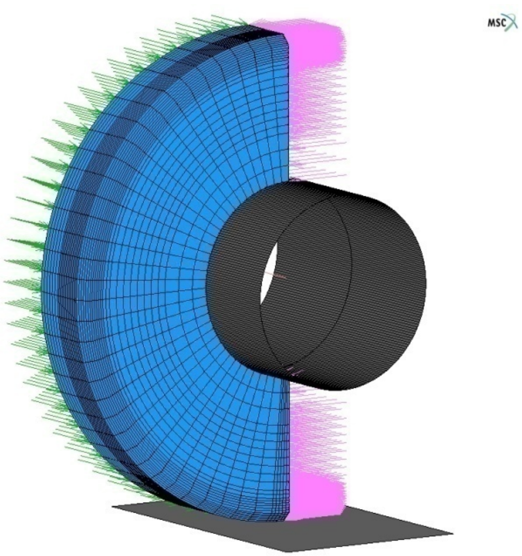


Inhalt

Institut für Werkstofftechnik
und Kunststoffverarbeitung

1. Motivation und Zielsetzung





Motivation:

- ingenieurtechnisch-wissenschaftliche Neugier
- Aufbau von Know-how für IWK und Nutzung bei Projekten
- Unterstützung der Praxis durch Publikationen

Ziele:

- Erweiterung bestehender Grundlagen
- Schaffung neuer Grundlagen

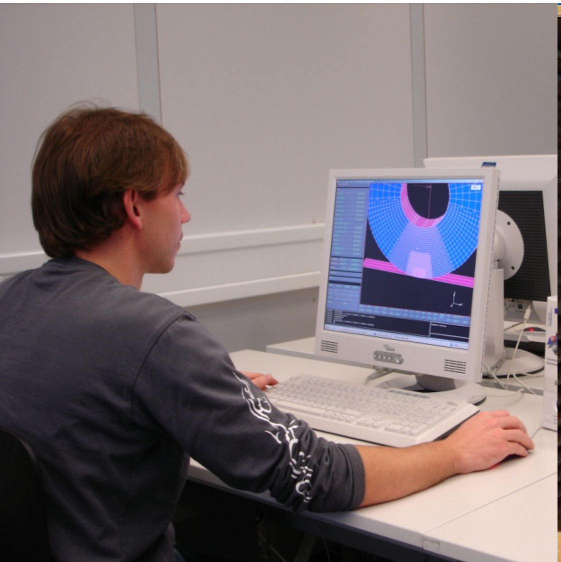
Anvisierte Ergebnisse:

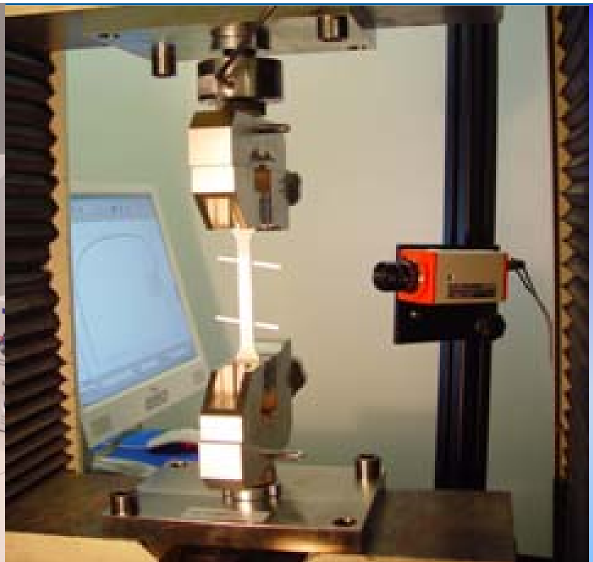
- Theorien und Formeln für die Berechnung
- Empfehlungen für die Gestaltung

iwk
Institut für Werkstofftechnik
und Kunststoffverarbeitung

2. Methodik

- Zusammenhänge analysieren, entscheidende Parameter erkennen
- Parametereinflüsse mit FEM-Variationen ermitteln
- Ggf. Versuche zur Verifizierung durchführen
- Erkannte Gesetzmässigkeiten mathematisch beschreiben
- Praktikable Berechnungsformeln entwickeln: Möglichst treffend, aber einfach
- ggf. Empfehlungen für die Gestaltung ausarbeiten





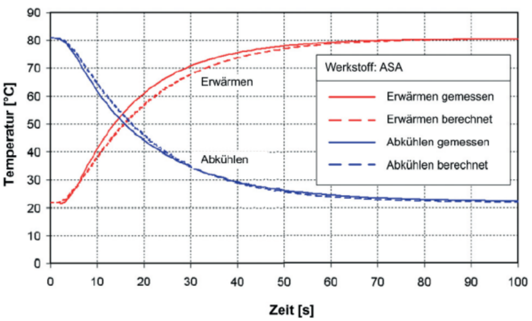
$$E_C(t) \approx E_{C0} \cdot \left[1 - \frac{1}{3} \cdot (1 - c_C) \cdot \log_{10}\left(\frac{t}{t_0}\right)\right]$$

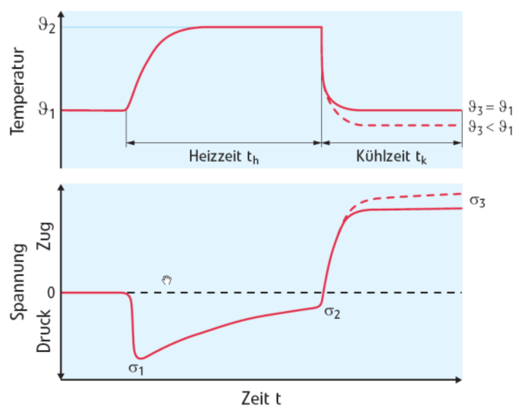
$$E_C(t, \vartheta) \approx E_C(t, \vartheta_0) \cdot a_0^{\left(\frac{\vartheta}{\vartheta_0} - 1\right)}$$

Institut für Werkstofftechnik
und Kunststoffverarbeitung

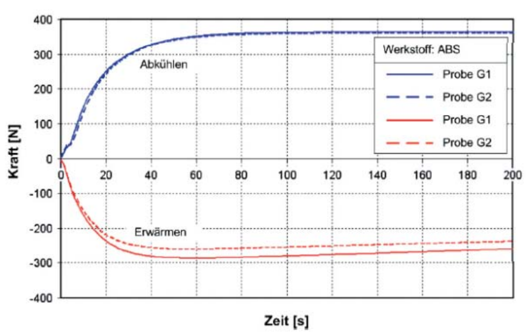
3. Werkstoffmechanik

Wärmespannungen in Kunststoffteilen





© *Kunststoffe*



- „Uralte“ Problematik:
  - zeit- und temperaturabhängige Steifigkeit
  - temperaturabhängiges Wärmedehnverhalten
  - temperaturabhängige Relaxation der Wärmespannungen während ihres Entstehens
- Theoretische Beschreibung:

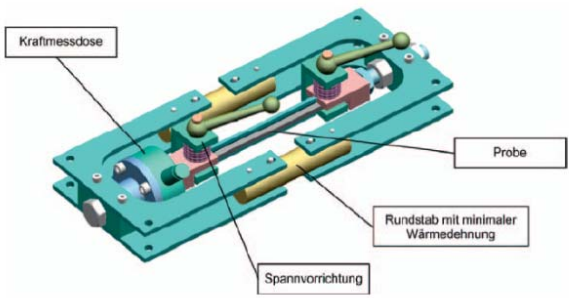
$$\sigma_{\vartheta} = -\int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} E[t, \vartheta(t)] \cdot \alpha[\vartheta(t)] \cdot d\vartheta$$

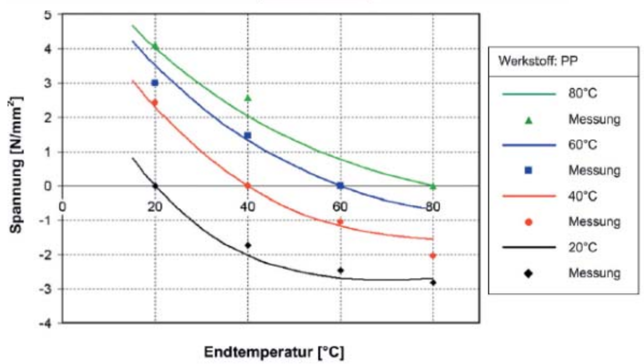
  - Analytische Lösung des Integrals problematisch
- Beobachtungen:
  - Wärmespannungen beim Abkühlen (Zug) betragsmässig höher als beim Erwärmen (Druck) über die gleiche Temperaturdifferenz

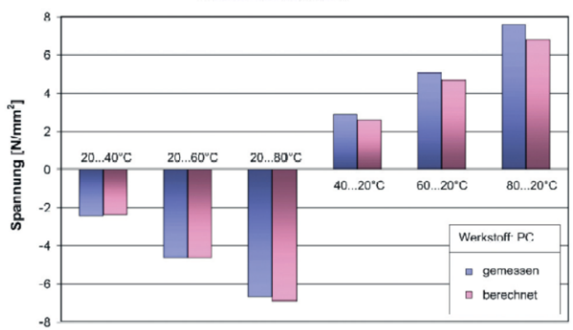
Institut für Werkstofftechnik und Kunststoffverarbeitung

3. Werkstoffmechanik

Wärmespannungen in Kunststoffteilen







- Bisherige Näherungsmodelle: in Praxis nicht etabliert
- Entwicklung einer Berechnungsformel für die maximalen Spannungswerte bei schockartiger Temperaturänderung:

$$\sigma_\vartheta \approx -E_C\left(t^*,\vartheta^*\right)\cdot\alpha\cdot\Delta\vartheta$$

$$E_C\left(t^*,\vartheta^*\right)\approx E\left(\vartheta_R\right)\cdot a_0^{\left(\frac{\vartheta^*}{\vartheta_R}-1\right)}\cdot\left[1-\frac{1}{3}\cdot\left(1-c_C\right)\cdot\log_{10}\left(\frac{t^*}{t_0}\right)\right]$$

mit

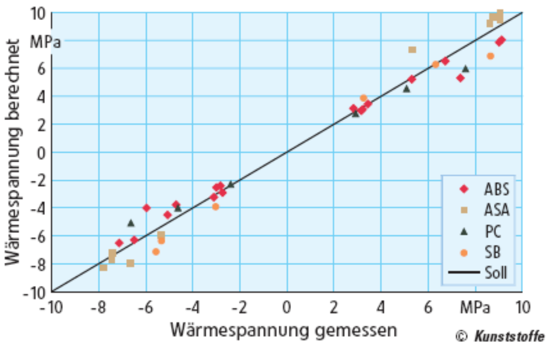
$$\tau=\frac{c_p\cdot\rho\cdot d^2}{4\cdot\lambda}\cdot\left(\frac{\pi}{2}-\frac{3{,}2}{\frac{\alpha_\vartheta\cdot d}{\lambda}+2{,}5}\right)^{-2}$$

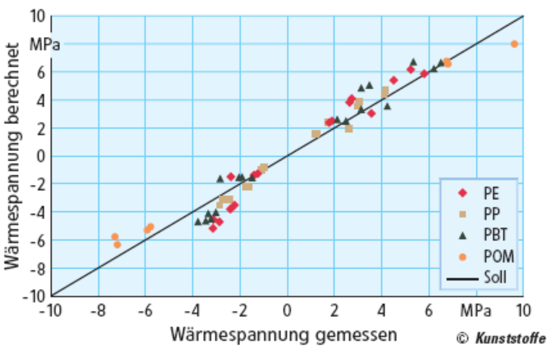
$t^*\approx 3\cdot\tau$ für Erwärmung bzw. $t^*\approx 6\cdot\tau$ für Abkühlung

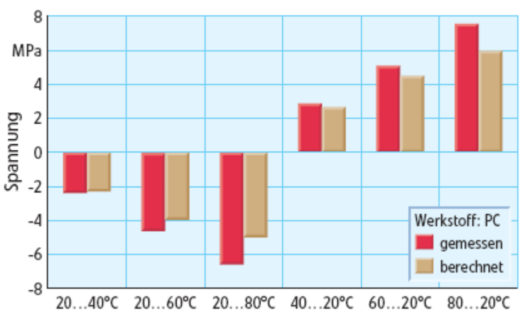
$$\vartheta^*\approx\frac{1}{4}\cdot\left(\vartheta_{max}+\vartheta_1+2\cdot\vartheta_2\right)$$

3. Werkstoffmechanik

Wärmespannungen in Kunststoffteilen







- Noch einfacher: Abschätzformel,
  angelehnt an Formel für konstante Werte von E und α

$$\sigma_\vartheta \approx -E \cdot \alpha \cdot \delta \cdot \Delta\vartheta = -E \cdot \alpha \cdot \delta_0^{\left(\frac{\vartheta}{\vartheta_R} - 1\right)} \cdot \left(\vartheta - \vartheta_R\right)$$

- Basisgrösse δ_0 des empirisch bestimmten, temperaturabhängigen Einflussfaktors δ:

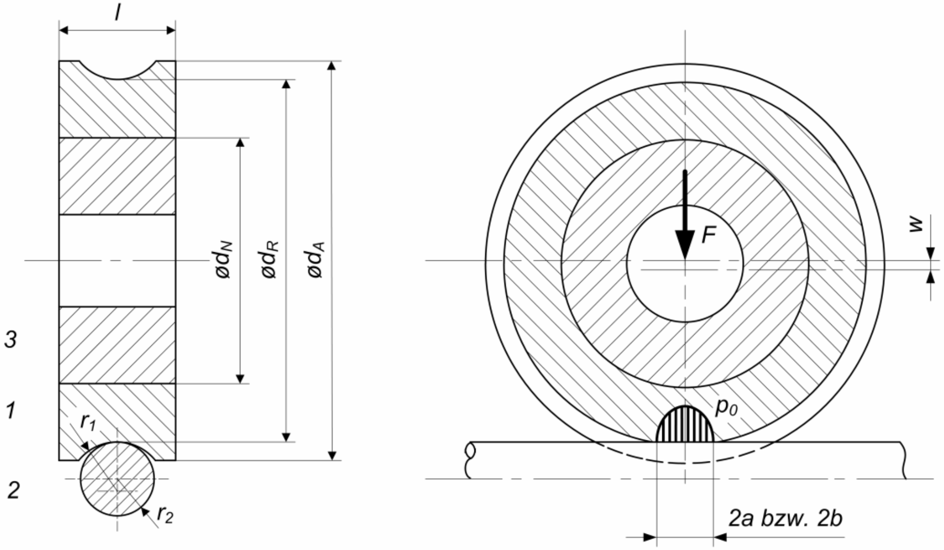
Werkstoffgruppe	Zahlenfaktor δ_0	
	Erwärmen	Abkühlen
Amorphe Thermoplaste	0,80	0,88
Teilkristalline Thermoplaste	0,61	0,71

- Gute Übereinstimmung mit Messergebnissen

4. Kontaktmechanik von Kunststoffrollen

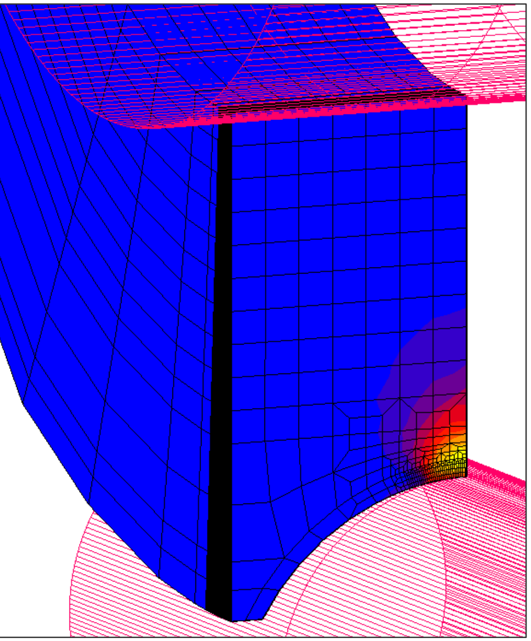
Konkav profilierte Laufmantelrollen

- Problemstellung:
  - Berechnungsformeln aus der Hertzschen Theorie entweder bestätigen oder ggf. geeignet anpassen
  - Entwicklung einer optimierten Profilgeometrie für möglichst kleine Kontaktflächen
- Situation:
  - Allgemeine Punktberührung zwischen konkav profilierter Rolle und zylindrischer Unterlage



Institut für Werkstofftechnik und Kunststoffverarbeitung

4. Kontaktmechanik von Kunststoffrollen
Konkav profilierte Laufmantelrollen



$$E_V = 2 \cdot \frac{E_C \cdot E_L}{E_C + E_L} \qquad R_V = \frac{2}{\frac{2}{d_R} - \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}}$$

$$\eta = \cos\theta = \frac{\left|\frac{2}{d_R} + \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right|}{\frac{2}{d_R} - \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}}$$

- **Berechnungsformeln:**
  - Kontaktflächenabmessungen:

$$a \approx \frac{1{,}1}{\left(1-\eta^{0,6}\right)^{0,4}} \cdot \sqrt[3]{\frac{F \cdot R_V}{E_V}} \qquad b \approx 1{,}1 \cdot \left(1-\eta^{0,5}\right)^{0,25} \cdot \sqrt[3]{\frac{F \cdot R_V}{E_V}}$$

  - Maximaler Kontaktdruck:

$$p_0 \approx 0{,}388 \cdot \left(1-\eta^2\right)^{0,2} \cdot \sqrt[3]{\frac{F \cdot E_V^2}{R_V^2}}$$

  - Abplattung:

$$w \approx 1{,}23 \cdot \left(1-\eta^2\right)^{0.23} \cdot \left(1 - 0{,}14 \cdot \frac{d_N}{d_R}\right) \cdot \left(1{,}07 - 0{,}13 \cdot \frac{l}{d_R}\right) \cdot \sqrt[3]{\frac{F^2}{E_V^2 \cdot R_V}}$$

  - Maximale Dehnung:

$$\varepsilon_{\max} \approx 0{,}28 \cdot \frac{p_0}{E_C} \approx 0{,}11 \cdot \left(1-\eta^2\right)^{0,2} \cdot \frac{1}{E_C} \cdot \sqrt[3]{\frac{F \cdot E_V^2}{R_V^2}}$$

  - Max. Vergleichsspannung (GEH, von Mises):

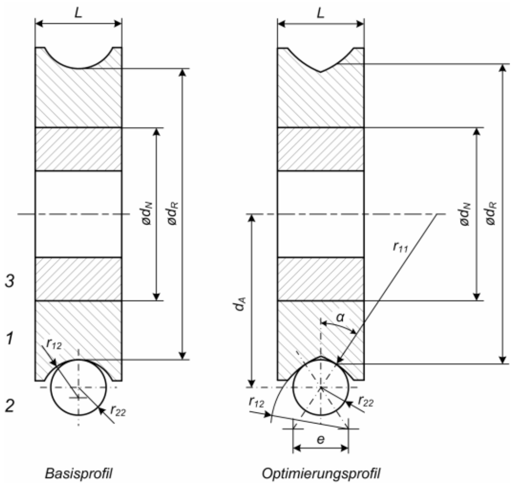
$$\sigma_{V\max} = \sigma_V\left(z \approx \frac{a \cdot b}{a+b}\right) \approx 0{,}645 \cdot p_0 = 0{,}25 \cdot \left(1-\eta^2\right)^{0,2} \cdot \sqrt[3]{\frac{F \cdot E_V^2}{R_V^2}}$$

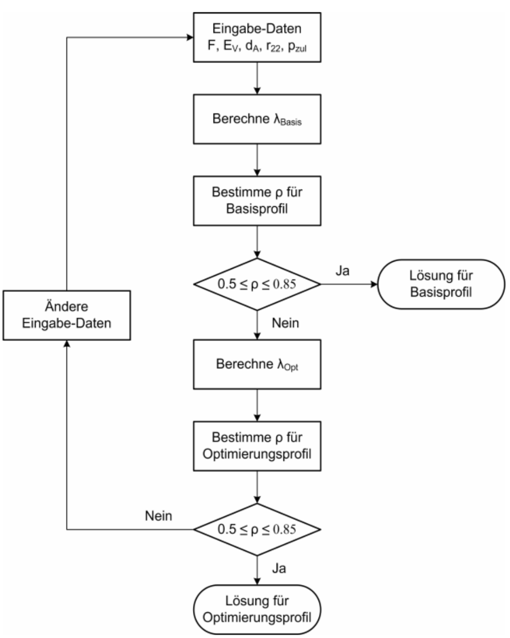
Institut für Werkstofftechnik und Kunststoffverarbeitung

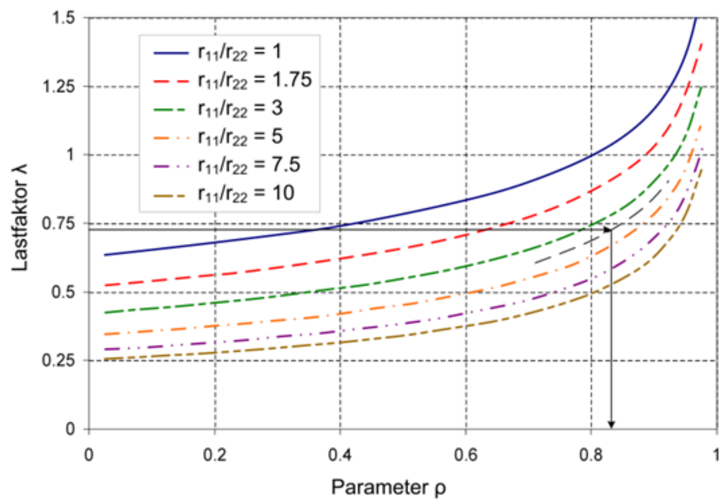
4. Kontaktmechanik von Kunststoffrollen

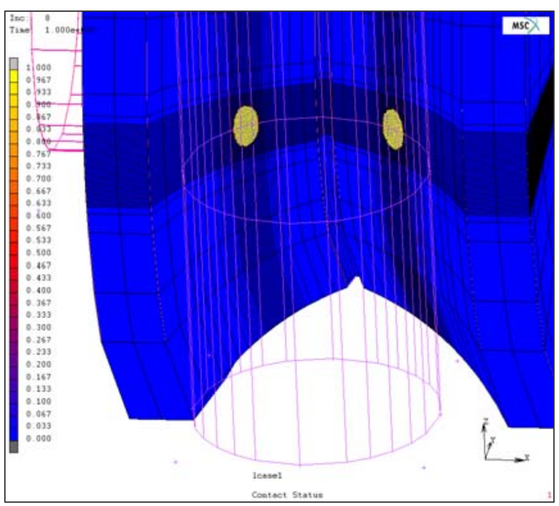
Konkav profilierte Laufmantelrollen

- Profiloptimierung:
  - Geringer Kontaktdruck: Grosse Kontaktfläche
  - Geringer Schlupf und Rollwiderstand: Kleine Kontaktfläche
- Ergebnis: Einfach handhabbare Prozedur
  - Reduktion der Kontaktflächenabmessungen um 2 – 40 % bzw. 11 – 47 %
  - Gesamtfläche: Zunahme um 0 bis 9 %





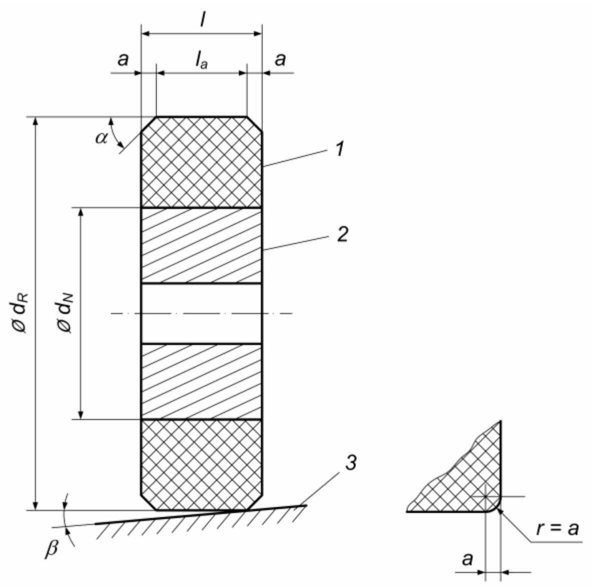




Institut für Werkstofftechnik
und Kunststoffverarbeitung

4. Kontaktmechanik von Kunststoffrollen

Verkanten zylindrischer Laufmantelrollen

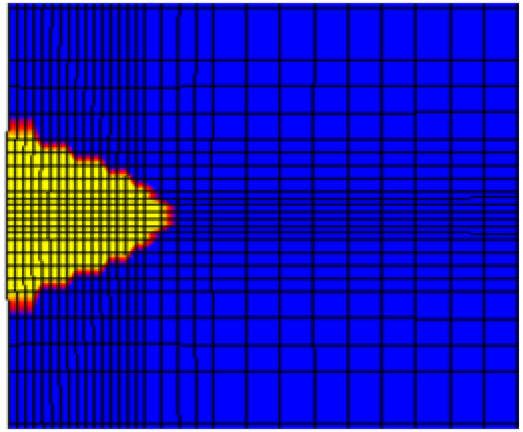


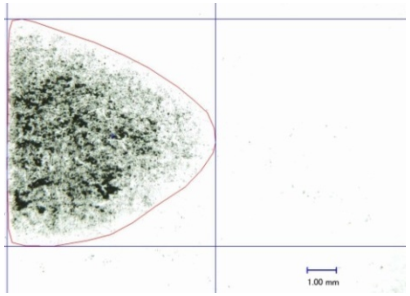
- **Problemstellung:**
  - Zylindrische Rollen auf ebener Unterlage: Theoretische Linienberührung
  - Verkanten: bei
    - Unebenheiten der Unterlage
    - Nachgiebigkeit der
    - Ungenauigkeiten der Rollenlagerung
  - Beim Verkanten: Theoretische Punktberührung mit komplexen Kontaktverhältnissen beim Übergang von Linien- zu Punktberührung
- **Lösungsversuch:**
  - Entwicklung von Näherungsfunktionen für die kontaktmechanischen Grössen in Abhängigkeit des Verkantungswinkels β

aktuell in Arbeit (mit Florian Gschwend)

Institut für Werkstofftechnik und Kunststoffverarbeitung

4. Kontaktmechanik von Kunststoffrollen
Verkanten zylindrischer Laufmantelrollen





$$E_V = 2 \cdot \frac{E_C \cdot E_L}{E_C + E_L}$$

$$w_0 \approx 5{,}7 \cdot \frac{F}{E_V \cdot l_a}$$

- **Berechnungsformeln:**
  - Kontaktflächenabmessungen:

    $(noch\ keine\ praktikable\ Formel)$

  - Maximaler Kontaktdruck:

    $$p_{max} \approx p_0 \cdot \left\{ 1 + \left(\frac{E_V \cdot l_a}{F} \right)^{0{,}25} \cdot \left[4{,}7 + 10 \cdot \left(\frac{a}{d_R} \right)^{0{,}25} \right] \cdot \beta^{0{,}6} \right\}; \qquad p_0 \approx 0{,}590 \cdot \sqrt{\frac{F \cdot E_V}{l_a \cdot d_R}}$$

  - Abplattung:

    $$w \approx w_0 \cdot \left(1{,}2 - 0{,}65 \cdot \frac{d_N}{d_R} \right) \cdot \left(1 - 0{,}95 \cdot \frac{a}{l_a} \right) \cdot \left[1 + 0{,}016 \cdot \left(\frac{F}{E_V \cdot l_a^2} \right)^{-0{,}72} \cdot \left(1 - e^{-0{,}82 \cdot \beta} \right) \right]$$

  - Maximale Dehnung:

    $$\varepsilon_{max} \approx \left[1 + 2{,}67 \cdot \left(\frac{a}{d_R} \right)^{0{,}2} \right] \cdot \left(\frac{F}{E_V \cdot d_R^2} \right)^{0{,}29} \cdot \left[0{,}08 \cdot \left(\frac{d_R}{l_a} \right)^{0{,}14} + 2{,}3 \cdot \beta^{0{,}6} \right]$$

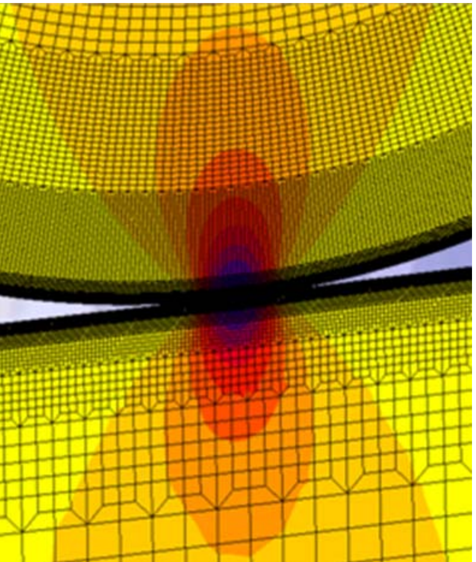
  - Max. Vergleichsspannung (GEH, von Mises)

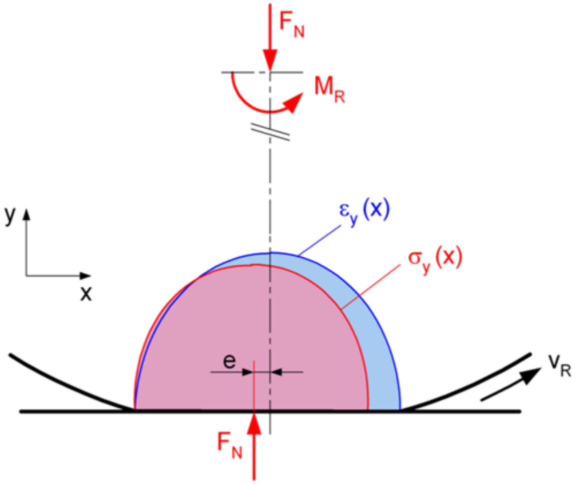
    $$\sigma_{V\,max} = p_{max} \cdot \left[1{,}41 - 0{,}65 \cdot \left(1 - e^{-160 \cdot \beta} \right) \right]$$

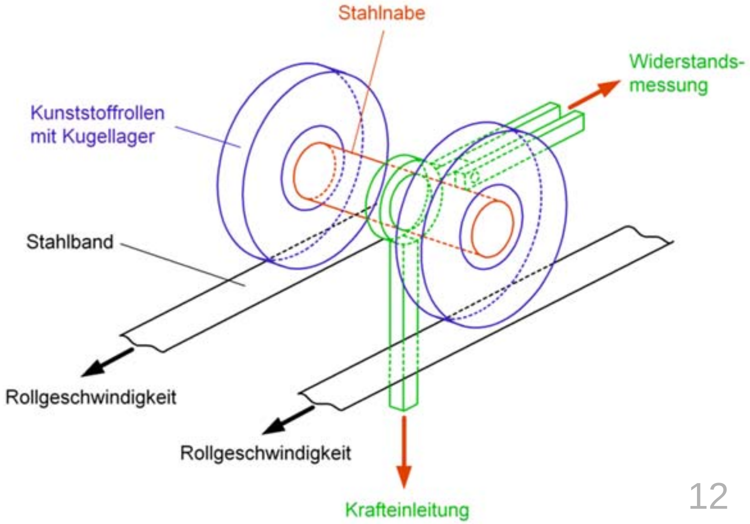
4. Kontaktmechanik von Kunststoffrollen

Rollwiderstand von Kunststoff-Laufrollen

- **Aufgabe:**
  - Berechnung des Rollwiderstands von Kunststoffrollen mit FEM
  - Entwicklung einer möglichst einfachen Formel für die Abschätzung des Rollwiderstands „von Hand“
- **Probleme:**
  - Erfassung der Viskoelastizität im FEM Modell
  - Bewältigung der grossen Datenmenge (extrem feine Vernetzung)



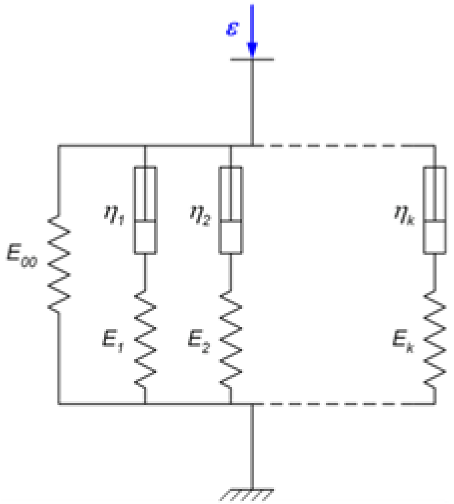


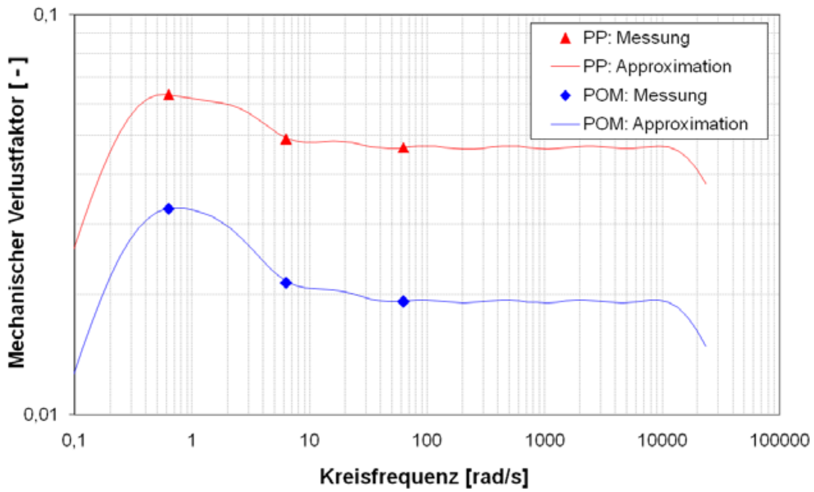


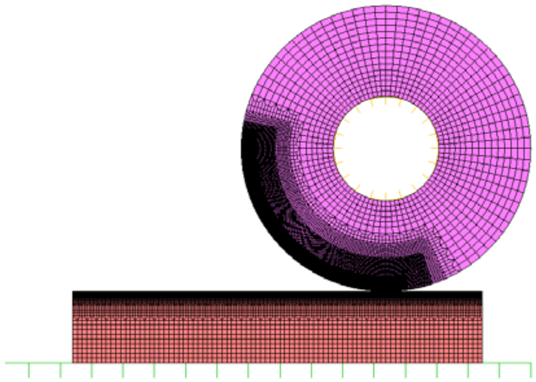
4. Kontaktmechanik von Kunststoffrollen

Rollwiderstand

- FEM-Ergebnisse:
  - FEM-Berechnung möglich, jedoch sehr aufwändig:
    - 17-Parameter Maxwell-Materialmodell für die Viskoelastizität
    - Modellierung des Rollvorgangs
    - rund 10^4 bis 10^5 z.T. extrem kleine Elemente für ein 2D-Modell, d.h. Beschränkung auf zylindrische Rollen
    - Räumlich gekrümmte Rollenprofile erfordern 3D-Modelle: noch aufwändiger
  - Akzeptable Übereinstimmung mit Versuchsresultaten







4. Kontaktmechanik von Kunststoffrollen

Rollwiderstand von Kunststoff-Laufrollen

Dank für Unterstützung:

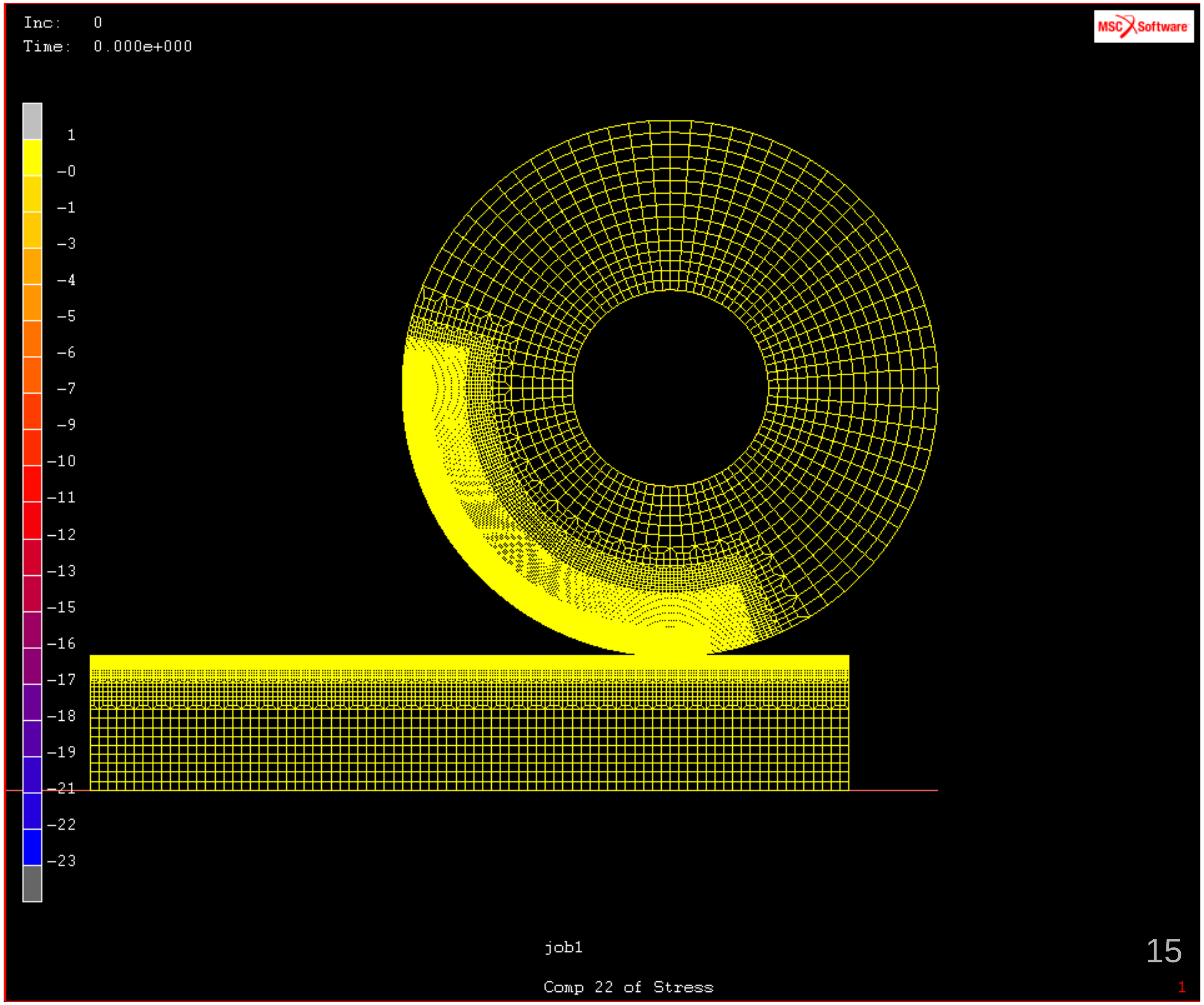
▪Versuche:
Denipro AG, Weinfelden

denipro...
Unternehmen für fördertechnische Teile und Komponentenbau

▪Dynamische Werkstoffdaten:
IKT Institut für Kunststoff-technik (FHNW)
Brugg-Windisch

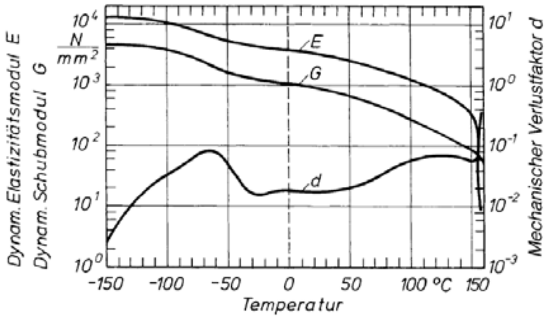
Fachhochschule Nordwestschweiz
Hochschule für Technik

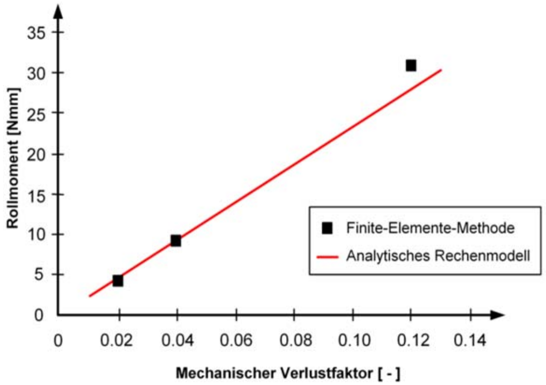
Hochschule für Technik
Institut für Kunststofftechnik



4. Kontaktmechanik von Kunststoffrollen

Rollwiderstand von Kunststoff-Laufrollen





$$R_V = \frac{R_R \cdot R_U}{R_R + R_U} = \frac{d_R \cdot R_U}{d_R + 2 \cdot R_U}$$

- Rechenmodell:
  - Näherungsformel für Handrechnungen:

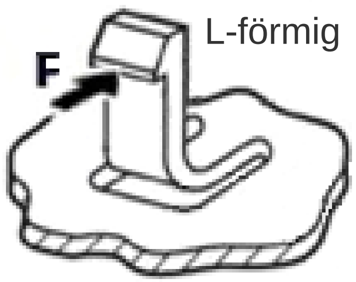
$$M_R \approx 0{,}68 \cdot \tan\delta_V \cdot F \cdot b \approx 0{,}49 \cdot \tan\delta_V \cdot F \cdot \sqrt{\frac{F \cdot R_V}{l_a \cdot E_V}}$$

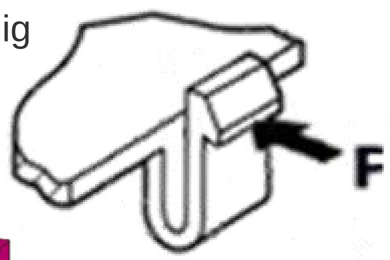
  - Werkstoffeigenschaften:
    erfasst durch die mechanischen Verlustfaktoren und die Elastizitätsmoduln der Werkstoffe von Rolle und Unterlage

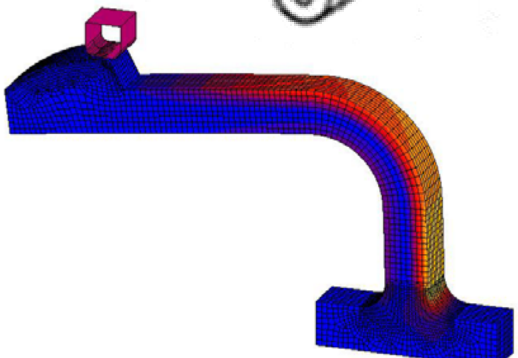
$$\tan\delta_V = \frac{\tan\delta_U \cdot E'_R + \tan\delta_R \cdot E'_U}{E'_R + E'_U} \approx \frac{\tan\delta_U \cdot E_R + \tan\delta_R \cdot E_U}{E_R + E_U}$$

$$E_V = 2 \cdot \frac{E_R \cdot E_U}{E_R + E_U}$$

5. Schnappverbindungen
Fügeverhalten gekröpfter Schnapphaken







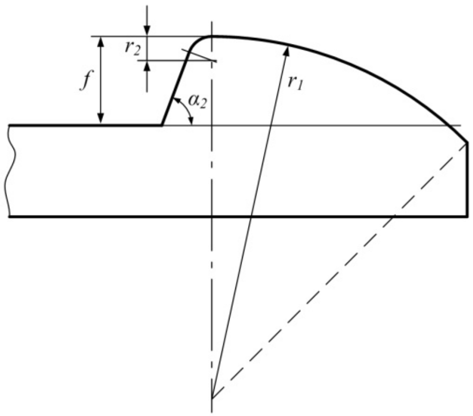
- **Ausgangslage:**
  - Bekannte Berechnungsformeln wenig wirklichkeitsnah
  - Fügegeometrie normalerweise unzweckmässig
- **Problemstellung:**
  - Erarbeitung von Formeln für die realistische Berechnung von Füge- und Lösekraft
  - Entwicklung einer optimierten Fügegometrie für minimale Fügekraft
- **Erkenntnisse:**
  - Kerbwirkung wie beim geraden Schnapphaken
  - Optimierte Fügegeometrie analog zum geraden Schnapphaken
  - Füge- und Lösekraft formelmässig erfassbar

aktuell in Arbeit (mit Roman Frei)

iwk
Institut für Werkstofftechnik
und Kunststoffverarbeitung

5. Schnappverbindungen

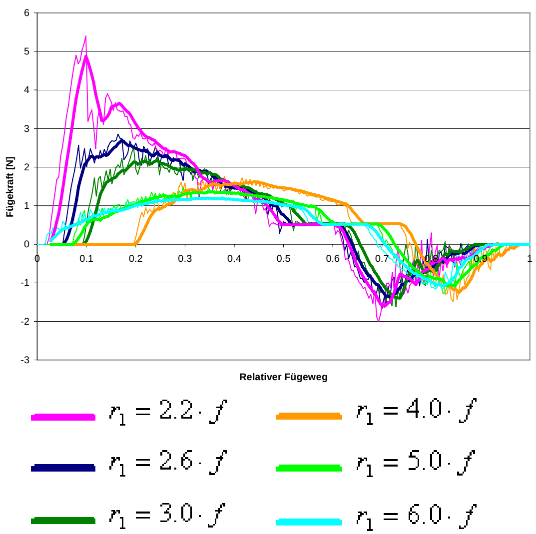
Fügeverhalten gekröpfter Schnapphaken

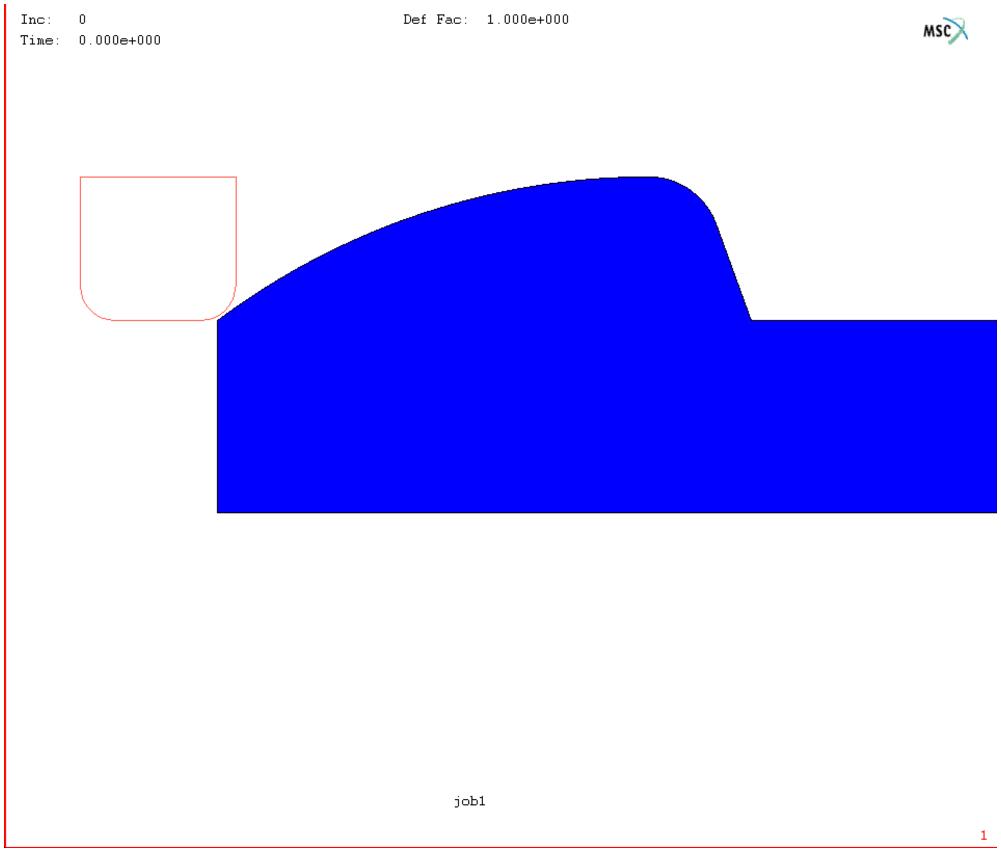


- Optimierte Fügegeometrie:
  Praktisch konstanter Fügewinkel bewirkt
  Fügekraftreduktion um 70 bis 75 %

Empfohlenes Verhältnis:

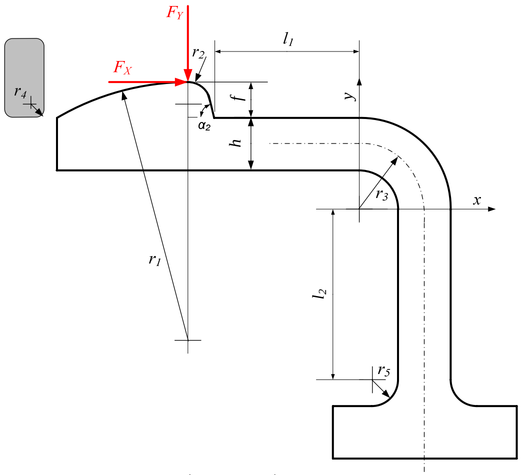
$$4{,}0 \le r_1 / f \le 6{,}0$$





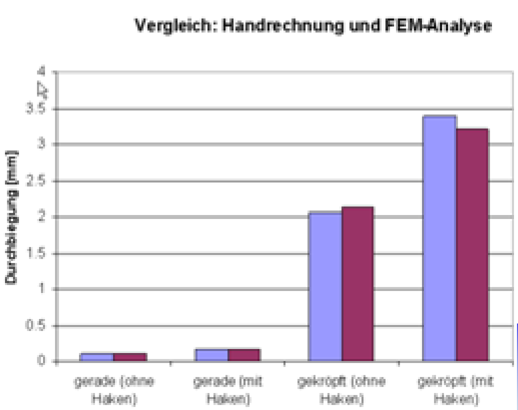
Institut für Werkstofftechnik
und Kunststoffverarbeitung

5. Schnappverbindungen
Fügeverhalten gekröpfter Schnapphaken



$$\eta_1 = \frac{\mu_0 + \tan(\alpha_1 + \varphi_1)}{1 - \mu_0 \cdot \tan(\alpha_1 + \varphi_1)}$$

$$\eta_2 = \frac{\mu_0 + \tan(\alpha_2 - \varphi_2)}{1 - \mu_0 \cdot \tan(\alpha_2 - \varphi_2)}$$



L-förmig gekröpfte Schnapphaken:

- Auslenkkraft, mit dem Satz von Castigliano

$$F = \frac{12 \cdot E \cdot I \cdot f_F}{4 \cdot l_F^{\,3} + 3 \cdot r_3 \cdot \left(2 \cdot \pi \cdot l_F^{\,2} + \pi \cdot r_3^{\,2} + 8 \cdot r_3 \cdot l_F\right) + 12 \cdot l_2 \cdot (l_F + r_3)^2}$$

- Fügekraft
  - Theoretisch:

$$F_1 = \eta_1 \cdot F$$

  - Praktisch:

$$F_1 \approx \eta_1 \cdot F \cdot \left[-0{,}2 \cdot \left(\frac{r_3}{l_1}\right)^{0,7} + 1\right] \cdot \left[10{,}0 \cdot \left(\frac{l_2}{l_1}\right)^{3,5} + 1\right]$$

- Lösekraft
  - Praktisch:

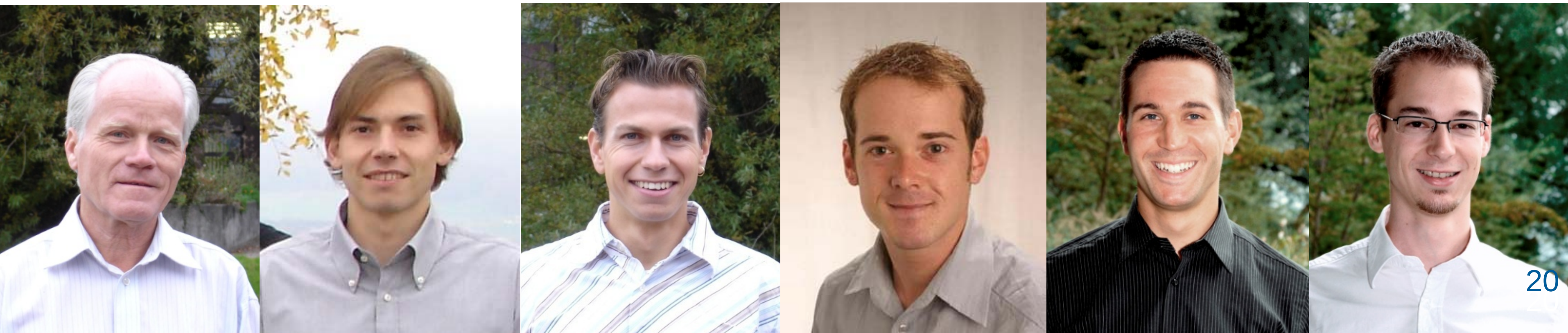
$$F_2 \approx \eta_2 \cdot \sqrt{\cos(\alpha_2)} \cdot F \cdot \left[-0{,}2 \cdot \left(\frac{r_3}{l_1}\right)^{0,1} + 1\right] \cdot \left[-2{,}0 \cdot \left(\frac{l_2}{l_1}\right)^{1,5} + 1\right]$$

aktuell in Arbeit (mit Roman Frei)

Institut für Werkstofftechnik
und Kunststoffverarbeitung

6. Schlussbetrachtungen

- Fazit der letzten 2 Jahre (September 2007 – August 2009)
  - 7 abgeschlossene Arbeiten publiziert, 3 Arbeiten vor Publikation
  - Ergebnisse in Projekten mit der Industrie erfolgreich genutzt
- Ausblick
  - pendente Arbeiten abschliessen
  - Ideen und Anregungen für weitere Arbeiten sind vorhanden …
- Dank
  - der Schulleitung der HSR und der IWK-Institutsleitung für die Förderung des aF+E-Projekts
  - den jungen aktiven und ehemaligen Mitarbeitern des IWK für die anregende Zusammenarbeit



Institut für Werkstofftechnik
und Kunststoffverarbeitung

Herzlichen Dank für Ihre Aufmerksamkeit …

Prof. Dipl.-Ing. Johannes Kunz
+41 (0)55 222 49 85
jkunz@hsr.ch